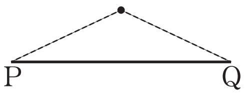
PART6 三角形の辺と角

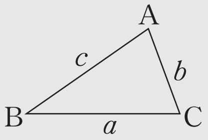
要点① 三角形の3辺の大小関係

2点P，Q間の最短距離は，線分PQの長さである。
よって，以下のことがいえる。



三角形の3辺の大小関係

三角形において，2辺の長さの和は他の1辺の長さよりも大きい。



△ABCにおいては，$a<b+c$，$b<c+a$，$c<a+b$ が成り立つ。また，

$$b<c+a \iff b-c<a,\quad c<a+b \iff c-b<a$$

と変形できることから，三角形において，2辺の長さの差は他の1辺の長さよりも小さい。

逆に，正の数 a，b，c が

$$a<b+c,\quad b<c+a,\quad c<a+b$$

を満たすとき，3辺の長さを a，b，c とする三角形が存在する。また，

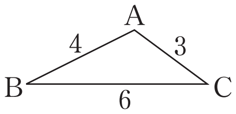
$$b<c+a \iff b-c<a,\quad c<a+b \iff c-b<a$$

と変形できることから，3辺の長さを a，b，c とする三角形が存在するための条件は

$$|b-c|<a<b+c$$

である。

例 $a=6$，$b=3$，$c=4$ のとき，$|b-c|=|3-4|=1$，$b+c=7$ より
$|b-c|<a<b+c$ が成り立つ。
よって，3辺の長さを a，b，c とする三角形が存在する。



※ a，b，c の中で a が最大であれば，$|b-c|<a$ は必ず成立する。このとき，3辺の長さを a，b，c とする三角形が存在するための条件は $a<b+c$ である。

要点② 三角形の辺と角の大小関係

一般に，三角形の辺と角の大小について，次のことがいえる。

△ABC において
$$b>c \Longrightarrow \angle B>\angle C$$

（証明）

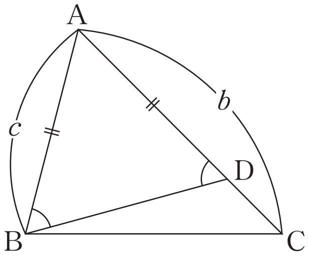
$b>c$ より辺 AC 上に AB＝AD となる点 D をとることができる。このとき △ABD は二等辺三角形であるから

$\angle ABD=\angle ADB$

$\angle B>\angle ABD$ より　$\angle B>\angle ADB$

$\angle ADB=\angle C+\angle DBC$ より　$\angle ADB>\angle C$

よって　$\angle B>\angle C$

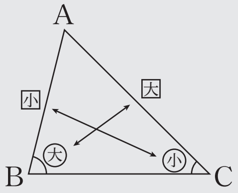


$\angle B>\angle C \Longrightarrow b>c$　も成り立つことが知られている。

よって，以下のことがいえる。

三角形の辺と角の大小関係

三角形の 2 辺の大小関係と，その対角の大小関係は一致する。



このことより，三角形において，最大辺の対角が最大角であり，最大角の対辺が最大辺であることがわかる。

6 (1) 次の長さの線分を3辺とする三角形が存在するかどうかを調べよ。

(i) 5, 12, 15　　(ii) 6, 3, 2

(2)(i) AB＝4, BC＝5, CA＝7 である △ABC において, 3つの角 ∠A, ∠B, ∠C のうちもっとも大きいものを答えよ。

(ii) ∠A＝60°, ∠B＝40° である △ABC において, 3辺 AB, BC, CA のうちもっとも大きいものを答えよ。

Point Pickup

三角形の成立条件

$|b-c|<a<b+c$ が成り立つとき, a, b, c を3辺とする三角形が存在する。

とくに a が最大のときは, $a<b+c$ が成り立てば三角形が存在する。

三角形の辺と角の大小関係

三角形において, 2辺の大小関係と, その対角の大小関係は一致する。

とくに, 最大辺の対角は最大角, 最大角の対辺は最大辺である。

第 7 講　PART6 確認問題

1　3 辺の長さが 3，5，8 である三角形は，[ア]。

[ア] は次の①，②のうちから選べ。

①　存在する　　　　②　存在しない

2　3 辺の長さが 4，7，10 である三角形は，[イ]。

[イ] は次の①，②のうちから選べ。

①　存在する　　　　②　存在しない

3　AB＝5，BC＝6，CA＝4 である △ABC において，3 つの内角のうち最も大きいものは [ウ] である。[ウ] は次の①～③のうちから選べ。

①　∠A　　②　∠B　　③　∠C

4　∠A＝50°，∠B＝70° である △ABC において，3 辺のうち最も大きいものは [エ] である。[エ] は次の①～③のうちから選べ。

①　AB　　②　BC　　③　CA

PART6 三角形の辺と角

6 (1) 次の長さの線分を3辺とする三角形が存在するかどうかを調べよ。

(i) 5，12，15　　(ii) 6，3，2

(2)(i) AB＝4，BC＝5，CA＝7 である △ABC において，3つの角 ∠A，∠B，∠C のうちもっとも大きいものを答えよ。

(ii) ∠A＝60°，∠B＝40° である △ABC において，3辺 AB，BC，CA のうちもっとも大きいものを答えよ。

[解答]

(1)(i) $5<12<15$ であり，$15<5+12$ が成り立つ。

よって，3辺の長さが5，12，15の三角形は 存在する。

(ii) $2<3<6$ であり，$6<2+3$ は成り立たない。

よって，3辺の長さが6，3，2の三角形は 存在しない。

(2)(i) AB＜BC＜CA より，最大辺 CA の対角である ∠B が最大角

(ii) $\angle C=180°-(\angle A+\angle B)=180°-(60°+40°)=80°$

よって $\angle B<\angle A<\angle C$ より，最大角 ∠C の対辺である辺 AB が最大辺

第 7 講　PART6 確認問題 解答

1

[正解] ア：②

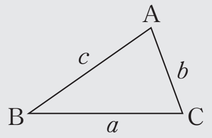
[解説]

$a=8$，$b=3$，$c=5$ とすると，a が最大で，

$a=b+c$ だから，$a<b+c$ を満たさない。 [A]

よって，三角形は**存在しない**。

[A]　正の数 a，b，c において，
a，b，c を３辺とする三角形が存在する $\Longleftrightarrow$ $|b-c|<a<b+c$



2

[正解] イ：①

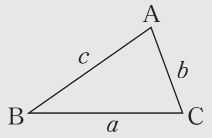
[解説]

$a=10$，$b=4$，$c=7$ とすると，a が最大で，

$10<4+7$ より，$a<b+c$ は成り立つ。 [B]

よって，三角形は**存在する**。

[B]　正の数 a，b，c において，a が最大のときは，$a<b+c$ が成り立てば三角形が存在する。



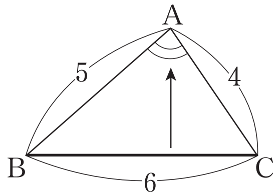
3

[正解] ウ：①

[解説]

$\mathrm{CA}<\mathrm{AB}<\mathrm{BC}$ より，

最大辺 BC の対角である $\angle\mathbf{A}$ が最大角。 [C]



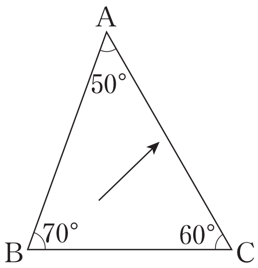
[C]　三角形において，辺の大小とその対角の大小は一致する。

4 **[正解]** エ：③

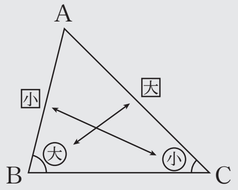
[解説]

最大角に対する辺が最も大きい。 [D]

$$\angle \mathrm{C} = 180^\circ - (50^\circ + 70^\circ) = 60^\circ$$



$\angle \mathrm{A} < \angle \mathrm{C} < \angle \mathrm{B}$ より，

最大角は $\angle \mathrm{B}$ であるから，最大辺は，**CA**

[D]　三角形において，角の大小とその対辺の大小は一致する。